Domácí úkol ze cvičení 8 – určitý integrál:

Výpočet R- integrálu integrací per partes nebo pomocí substituce:

1. $\int_2^3 \frac{1}{x^2}.\ln\frac{1}{x}\,dx$; 2. $\int_{2\sqrt{3}}^{3\sqrt{2}} \frac{1}{x\sqrt{x^2-9}}\,dx$;

a pokud jste nebyli na cvičení ještě

3. $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+3\cos^2 x}\,dx$.

Aplikace určitého integrálu:

1. Spočítejte obsah omezené rovinné oblasti ω, je-li ω ohraničená grafy funkcí $y=x^2$ a $y=2-x$ a osou x .

nebo

Spočítejte obsah omezené rovinné oblasti ω, je-li ω ohraničená grafy funkcí $y=x^2$, $y=x\cdot\sin x$ a přímkou $x=\frac{\pi}{2}$.

2. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy x, kde

$$\omega=\left\{[x,y];-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2},\ 0\le y\le\cos x\right\} .$$

nebo

kde oblast ω je ohraničená grafy funkcí $y=x e^x$ a $y=x$ a přímkou $x=1$.

3. Určete délku grafu funkce $f(x)=\frac{x^2}{2}$, $0\le x\le a$ nebo $f(x)=\ln\cos x$, $0\le x\le\frac{\pi}{6}$.

(„tahák“ : $\int\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}=\ln(x+\sqrt{1+x^2})+C$, $x\in R$) .

A můžete zkusit ještě další užití věty o substituci a vlastností R- integrálu:

Ukažte, že platí :

1. Je-li f spojitá a sudá v intervalu $[-a,a]$ ($a>0$), pak $\int_{-a}^{a}\frac{f(x)}{e^x+1}\,dx=\int_0^a f(x)\,dx$.
2. Je-li f spojitá a sudá v intervalu $[-a,a]$ ($a>0$), pak primitivní funkce je v intervalu $(-a,a)$ lichá.
3. Bez výpočtu integrálu ukažte, že

a) $\int_{-1}^{2}(e^x-e^{-x})\,dx>0$; b) $\int_{\frac{1}{a}}^{a}\frac{\ln x}{x}\,dx=0$, ($a>0$) .